**דו"ח מסכם בניסוי: תנועה הרמונית**

**חלק: \_\_\_\_**

סמסטר ב' תשס"ה

שם הבודק : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

תאריך הבדיקה: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ציון הדו"ח: **I** \_\_\_\_

**II** \_\_\_\_

שם מדריך הניסוי (שם מלא): יונתן מסיקה

תאריך ביצוע הניסוי: .12.11.2015

תאריך הגשת הדו"ח: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**הדו"ח מוגש על ידי:**

**I** 302815618 טום רז **II** 201493525 אמיר מרקוביץ'

ת.ז. שם פרטי משפחה ת.ז. שם פרטי משפחה

הנדסת חשמל \_\_\_\_04\_\_\_\_\_ \_\_\_\_K\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

מסלול הלימוד מס' קבוצת המעבדה תת קבוצה מספר עמדה

**הערות הבודק לנושאים לקויים בדו"ח:**

**מטרת הניסוי**

1. אימות המודל התאורטי של מטוטלת פיסיקאלית.
2. חישוב רדיוס ההתמד של המטוטלת.

**רקע תאורטי**

תנועה הרמונית פשוטה היא אחד הסוגים של תנועה מחזורית. דוגמא לגוף המבצע תנועה הרמונית פשוטה היא מסה מסה התלויה על קפיץ אנכי ומתנדנדת מעלה-מטה. אחד ממאפייני התנועה המחזורית הוא זמן מחזור. מדובר בפרק זמן קבוע המסומן באות T, במהלכו הגוף מבצע את התנועה הבסיסית עליה הוא חוזר. מספר הפעמים שהתנועה חוזרת על עצמה נקראת תדירות, והוא מסומן באות f. מגדירים גם תדירות זוויתית או מהירות זוויתית, המסומנת באות ω הקשר בין זמן המחזור, התדירות והתדירות/מהירות הזוויתית הוא:



**רקע תאורטי**

תנועה הרמונית היא סוג של תנועה מחזורית המתרחשת עבור זויות קטנות. מטוטלת מתמתיטת היא מערכת פיסקאלית המרוכבת מחוט באורך L, ומסה M בקצה. המטוטלת מבצעת בקירוב תנועה הרמונית.

נקודת התלייה

**איור 1 –** מטוטלת מתמטית

x

L

m

*המהירות בה משתנה הזווית היא w, והיא נקראת מהירות זוויתית. הזמן בו מתבצע מחזור תנועה שלם נקרא "זמן מחזור" והוא מסומן באות T.*



*כאשר* T *הוא זמן המחזור של התנועה ו-היא המהירות הזוויתית. המסה מבצעת תנועה לאורך קשת המעגל בהשפעת כוח העבידה, כאשר הכוח הפועל עליה לאורך הקשת הוא ומהגדרת הזווית ופונקציית הסינוס מתקבל . בקירוב לזווית קטנות נקבל כיוון שמדובר על זוויות קטנות ניתן לקרב את המרחק* x *לאורך הקשת של המעגל עליו נעה* m. *אורך קשת זו היא* .

*המסה נעה על אורך הקשת ולפי החוק השני של ניוטון:*



*מפתרון משוואה דיפרנציאלית זו מתקבל כי , ומהצבה בנוסחה (1) נקבל*

*(4)*

*כלומר – זמן המחזור אינו תלוי במסת המטוטלת, m, אלא רק בתאוצת הכובד g ואורך החוט L.*

**מטוטלת פיזיקאלית**:

במטוטלת פיזיקאלית לא מדובר במסה שתלוי על חוט בעל משקל זניח, שכן לכל המערכת יש מסה שמשפיעה על תנועתה. ההבדל המשמעותי בין מטוטלת פיזיקאלית למטוטלת ממתמטית היא שזמן המחזור של תנודות המטוטלת הפיזיקאלית תלוי במרחק שבין מרכז המסה שלו. ככל שנרחיק את נקודת התליה מנקודת מרכז המסה, כן ילך ויקטן זמן המחזור של התנודה. מצד שני, אם נתלה את הגוף במרחק גדול מאד מנקודת מרכז המסה שלו, נוכל להסתכל עליו כגוף נקודתי, ולכן תנועתו תהיה דומה לתנועת מטוטלת מתמטית. אם כן, ישנו מרחק מסוים בין נקודת התלייה ומרכז המסה הנותן זמן מחזור מינימלי. מרחק זה ידוע בשם רדיוס ההתמד של הגוף אותו נחפש בניסוי.

נקודת התלייה

מרכז המסה

**איור 2 –** מטוטלת פיזיקאלית

*מיקום מרכז המסה של הגוף יחושב על ידי הנוסחה:*

*(5)*

*כאשר Xcm הוא מרכז המסה, ri הוא מיקום המסה mi.*

*מומנט ההתמד של גוף קשיח הינו מדד ליכולתו של הגוף למנוע שינוי במהירותו הזוויתית. מומנט ההתמד נתון על ידי הנוסחה:*

*(6)*

*כאשר* r *הוא המרחק של כל מסה מציר הסיבוב*

*עבור מוט ידוע שמומנט ההתמד סביב מרכז המסה הוא כאשר* M *מסת המוט ו*L *אורך המוט. עבור דיסקת המשקולת מומנט ההתמד סביב מרכז המסה הוא כאשר* R *רדיוס הדסקה.*

*לכן, עבור המערכת שלנו מומנט ההתמד הוא*

*(7)*

*התנע הזוויתי של המטוטלת*

*(8)*

כאשר J הוא התנע הזוויתי, P התנע הקווי, I מומנט ההתמד של הגוף.

*המומנט שגוף מפעיל על נקודה כלשהי הינו מכפלה ווקטורית של הכוח במרחק בין נקודת הפעלת הכוח לנקודת החישוב. בחישוב המומנט שמפעיל מרכז המסה על נקודת התלייה מתקבל:*

*(9)*

*כאשר* l *הוא המרחק בין נקודת התלייה למרכז המסה ו*N *המומנט שמפעיל הכוח בנקודת התלייה.*

*לפי החוק השני של ניוטון מתקבל שהמומנט* N *שווה לנגזרת התנע הזוויתי בזמן. מקירוב זוויות קטנות . הצבת נוסחה (9) בנוסחה (8) במשוואה זו:*

*(10)*

*כאשר התקבלה מפתרון המשוואה הדיפרנציאלית. לאחר הצבה בנוסחא (1) נקבל:*

*(11)*

*בעזרת משפט שטיינר נוכל לחשב את מומנט ההתמד סביב נקודת התלייה, הנמצאת במקום שרירותי על הגוף. משפט שטיינר מקשר בין מומנט ההתמד סביב מרכז המסה למומנט ההתמד סביב נקודה שירותית על גבי הגוף*

*(12)*

*כאשר מומנט ההתמד סביב מרכז המסה, m מסת הגוף הקשיח,* l *המרחק בין מרכז המסה לנקודה בה רוצים לחשב את מומנט ההתמד. הצבת נוסחה (12) בנוסחה (11) תיתן לנו את הנוסחה הרצויה*

*(13)*

*כאשר הוא מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו, l מרחק מרכז המסה מנקודת התליה, m מסת הגוף, ו-T זמן המחזור. ערך שדה הכבידה של כדור הארץ הינו*

***רשימת ציוד – מטוטלת פיזיקאלית***

1. מוט קשיח.
2. משקולת מתכת גלילית
3. סרגל ארוך בעל רזולציה של 1 מ"מ
4. מאזני שקילה
5. וו תלייה המחובר למוט שמיקומו ניתן לשינוי.
6. שני ברגים המחוברים למוט ומונעים את נפילת וו התלייה והמשקולת.
7. משקל אלקטרוני ברזולוציה של .
8. שער אופטי המחובר לשעון עצר ברזולוציה של .
9. קליבר ברזולוציה של .

***מהלך הניסוי – מטוטלת פיזיקאלית***

1. *מדידת המסה עבור: המוט, המשקולת, וו התליה, שני הברגים.*
2. *הרכבת המשקולת על המוט וקיבועה.*
3. *הזזת מיקום וו התלייה על המוט וקיבועו על המוט.*
4. *מדידת מרכז המסה של המטוטלת.*
5. *מדידת המרחק בין של נקודת התלייה ממרכז המסה*
6. *הסטת המטוטלת ממצב שיווי משקל, תוך שמירה על זוויות קטנות.*
7. *רישום זמני המחזור המתקבלים ממכשיר מדידת הזמן.*
8. *חזרה על צעדים ג-ז לקבלת מספר מדידות.*

**איור 3 –** תרשים הניסוי

שעון עצר

שער אופטי

נקודת התלייה

***תכנון עיבוד תוצאות***

מרכז המסה

מוט

מרכז המסה

גוף קשיח

**איור 4 –** סימוני הגדלים במטוטלת הפיסיקאלית

r

מרכז המסה

דסקה

נקודת תלייה

l

A

a

L

השגיאה במדידת המסה עבור כל אחד מן הגופים הינה רזולוציית מכשיר המדידה. הסיבה לכך היא שהערך שמחזיר המשקל האלקטרוני מעוגל לערך הקרוב אליו באופן שיטתי לאותו הכיוון אך ללא ידיעת המפעיל. לכן שגיאה זו תהה בגודל הרזולוציה של המכשיר. כיוון שמבוצעות חמש מדידות לרכיבי המערכת, השגיאה במשקל הכולל תהיה על פי חוברת הסטטיסטיקה:



כאשר שגיאת המכשיר ו שגיאת המשקל הכולל.

חישוב השגיאה הטטיסטית בזמן תבוצע ע"י נוסחאות 3.9 ו3.10 בחוברת הסטטיסטיקה. שגיאת שעון העצר הינה רזולציית המכשיר. נחבר את השגיאה הסטטיסטית והשגיאה של מכשיר המדידה

(14)

כאשר השגיאה הסטטיסטית ו השגיאה בשעון העצר.

מכיוון שבכדי להציב בנוסחה (13) נדרש T^2 נחשב את השגיאה עבור ערך זה.

(15)

כאשר הוא זמן המחזור הממוצע בין ארבעת המדידות לכל נקודת תלייה.

נחשב את השגיאה עבור נוסחה (7) כאשר מומנט התמד הכולל סביב מרכז המסה, מסת המוט והמשקולת בהתאמה,  *המרחקים כפי שהוגדרו באיור 3.*

*שגיאת מומנט ההתמד על פי נוסחת הנגזרות החלקיות:*



*כאשר כל הגדלים הוסברו לעיל.*

נוסחה (13) מתארת פונקציית התאמה היפרבולית מהסוג- .

ויסומן

על פי איור 3 הינו המרחק בין נקודת התלייה למרכז המסה של הגוף.

נחשב באמצעות מודל ההתאמה את a1,a2 ושגיאותיהם. מתוך ערכים אלו נחלץ את תאוצת הכובד – g, מנוסחה (13) נקבל , .

מומנט ההתמד – מנוסחה 10 וסימון ההתאמה  *ו-*

רדיוס ההתמד של גוף קשיח – מחושב מגזירת נוסחה 13 ומציאת נקודת מינימום לכן וחישוב השגיאה עפ"י נגזרות חלקיות

לפי נוסחה 10 והערכים המתקבלים ו -

לערכי  *, ו- תתבצע בדיקת טיב התאמה.*

**תוצאות**



***איור 5-*** *גרף התאמה עבור זמן המחזור בריבוע כפונקציה של מרחק ממרכז המסה*

*ע"פ ההתאמה התקבלו הערכים*

1. *a1 = 24.507 ± 0.092 [cm\*sec^2]*
2. *a2 = 0.039697 ± 0.000711 [sec^2/cm]*
3. *chi^2\_reduced = 1.2*
4. *p-value= 0.28*

נתאים את היחידות של המקדמים a1 וa2 כדי לעבוד במערכת MKS, את a1 ע"י חילוק ב100 ואת a2 ע"י הכפלה ב100.

1. *a1 = 0.24507 ± 0.00092 [m\*sec^2]*
2. *a2 = 3.9697 ± 0.0711 [sec^2/m]*

הp-value נמצא בטווח תקין, והchi^2 reduced יחסית נמוך, נסיק מכך שההתאמה טובה, והגרף אכן מתאר נכונה את התופעה הפיזיקלית. גרף השארים מופיע בנספח א, ניתן לראות שהפיזור אקראי וכל הנקודות נמצאות במרחק של פחות מסטיית תקן אחת.

חילוץ הערכים

|  |  |
| --- | --- |
| ערך נמדד | ערך תאורטי |
| 9.94 *±* 0.18 [m/sec^2] |  |
| 0.1926 *±* 0.0044 [kgm^2] |  |
|  |  |

טיב ההתאמה עבור הערכים השונים -

טיב ההתאמה עבור תאוצת הכובד g-  *, ערך זה מוגדר כטוב מכיוון שהוא בטווח הרצוי (קטן מ-3).*

*טיב ההתאמה עבור מומנט ההתמד של הגוף הקשיח - , ערך זה מוגדר כטוב מכיוון שהוא בטווח הרצוי.*

*טיב ההתאמה עבור רדיוס ההתמד k- , ערך זה מוגדר כטוב מכיוון שהוא נמצא בטווח הרצוי.*

**דיון**

***נספחים***

*נספח א – גרף השארים עבור פונקציית ההתאמה*

**

*בכל הנספחים - עמודות שהערך הראשון בהן כחול הן עמודות של ערכי שגיאה, תאים לבנים הם תאים בהן בוצעה מדידה, תאים צהובים הם תאים שחושבו על ידי נוסחה או שהוצבו בהם מספרים קבועים.*

**No. –** *מספר המדידה.*

***נספח א'- המדידות שבוצעו במהלך הניסוי***



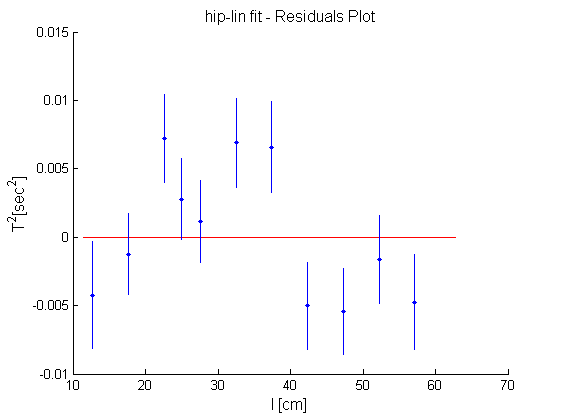
**l,** **Δl –** *המרחק בין מרכז המסה של המוט לנקודת התלייה ושגיאתו בסנטימטר,* **t1,t2,t3,t4** *– זמני מחזור של ארבעה מחזורי תנודות של המוט סביב נקודת התלייה בשניות,* **T\_avg** *– זמן מחזור ממוצע בשניות,* **ΔT\_stat** *– השגיאה הסטטיסטית של זמן המחזור בשניות,* **ΔT\_inst** *– שגיאת מכשיר מדידת הזמן בשניות,* **ΔT\_fin** *– שגיאת זמן המחזור למחזור יחיד בשניות, – ריבוע זמן המחזור ושגיאתו בשניות בריבוע.*

***נספח ב'-***



**m\_rod, Δm\_rod*–*** *מסת המוט ושגיאתה בגרם,* **L\_rod, ΔL\_rod** *– אורך המוט ושגיאתו בסנטימטר,* **m\_disc, Δm\_disc***– מסת המשקולת ושגיאתה בגרם,* **Δr\_disc, r\_disc***– רדיוס המשקולת ושגיאתה בסנטימטר,* **Δm\_bolt, m\_bolt** *– מסת הבורג באינדקס המתאים ושגיאתו בגרם,* **Δm\_hook, m\_hook –** *מסת וו התלייה של המוט ושגיאתו בגרם,* **Δa, a** *– המרחק בין מרכז המשקולת למרכז המסה ושגיאתו בסנטימטר,* **m\_tot** *– סך כל המסות בגרם.*

***נספח ג'-*** גרף השארים עבור פונקציית ההתאמה.

******